

**U LISBOA** | UNIVERSIDADE DE LISBOA **LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT** 

**Macroeconomia II** Teórica 6

**Macro 2**

**José António Pereirinha**  
Coordenador e Professor das Aulas Teóricas  
[pereirin@iseg.ulisboa.pt](mailto:pereirin@iseg.ulisboa.pt)

**Mário Olivares**  
Aulas Práticas (Turmas T1 e T2)

**Susana Santos**  
Aulas Práticas (Turmas (T3, T4 e T5)

1

---

---

---

---

---

---

---

---

**U LISBOA** | UNIVERSIDADE DE LISBOA **LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT** 

Tema da aula de hoje (11.03.2014) Teórica nº 5

**Cap 03 O modelo neoclássico do crescimento económico (2)**

- as hipóteses do modelo de Solow
- a função de produção Cobb-Douglas (recordar)
- a função de produção *per capita*
- o modelo na forma estrutural
- o diagrama de Solow
- equilíbrio no modelo de Solow; o estado estacionário (*steady state*)

**Leituras Obrigatórias**  
Jones & Vollrath (2013), *Introduction to Economic Growth*, Norton, capítulo 2, pp. 20 – 53

**Leituras Complementares**  
Solow, R. (1956), *A Contribution to the Theory of Economic Growth*. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, No. 1 (Feb. 1956), pp. 65-94

2

Clássico nº 4

---

---

---

---

---

---

---

---

**U LISBOA** | UNIVERSIDADE DE LISBOA **LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT** 

**As hipóteses do modelo de Solow**

- A economia é representada por uma função de produção com dois factores produtivos (capital e trabalho), substituíveis entre si
- A função de produção apresenta rendimentos constantes à escala
- Os factores de produção apresentam rendimentos decrescentes
- A poupança formada na economia é uma proporção constante do produto
- A condição macroeconómica de equilíbrio é dada pela igualdade  $I=S$
- Não existe desemprego da população activa
- A população activa cresce à mesma taxa que a população total
- A economia é fechada

3

---

---

---



---

---

---

---

---

UNIVERSIDADE DE LISBOA

**modelo básico de Solow**

- Função de Produção
- equação de acumulação de capital

**Função de produção** (básica: sem progresso técnico, ainda ...)

Cobb-Douglas (recordar as propriedades, apresentadas na aula de 25.02.2014)

$Y = F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$ ,  $0 < \alpha < 1$

$\alpha$  elasticidade de Y em ordem a K (interpretação matemática, também económica)

$\alpha$  interpretação económica?

4

---

---

---



---

---

---

---

---

UNIVERSIDADE DE LISBOA

**As empresas**

- pagam salário w por unidade de trabalho (para utilizar durante 1 período)
- pagam a taxa r por unidade de capital (para utilizar durante 1 período)
- são em grande número, *price-takers* (concorrência perfeita)
- racionalidade económica: maximização do lucro

$\max_{K,L} F(K, L) - r \cdot K - w \cdot L$

- Os factores evidenciam rendimentos decrescentes
- As empresas empregarão os factores até preço factor (dado) = produtividade marginal do factor (variável/decrescente com a quantidade usada do factor)

$w = \delta F / \delta L = (1 - \alpha) Y / L$        $(1 - \alpha) = w \cdot L / Y$

$r = \delta F / \delta K = \alpha Y / K$        $\alpha = r \cdot K / Y$

$w \cdot L + r \cdot K = Y$

5

---

---

---



---

---

---

---

---

UNIVERSIDADE DE LISBOA

**função de produção per capita**

per capita = por trabalhador

$Y/L = F(K/L)$

sendo  $y = Y/L$  e  $k = K/L$ , vem a f.p. Cobb-Douglas *per capita*

$y = k^\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$

**interpretação:**

- com mais capital por trabalhador as empresas produzem mais produto por trabalhador
- rendimentos decrescentes: cada unidade adicional de capital por trabalhador dará origem a aumentos de produção por trabalhador cada vez menores

6

---

---

---

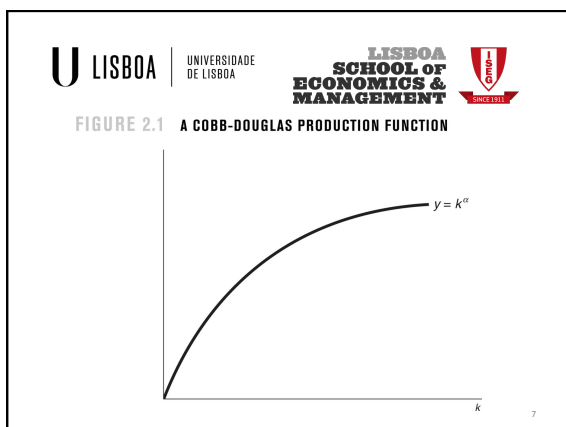
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

**A equação da acumulação de capital**

$K_{t+1} - K_t$  caso discreto =  $s \cdot Y - \delta \cdot K$

$dK/dt$  caso contínuo

$(dK/dt)/K = s \cdot Y/K - \delta$  taxa de crescimento do stock de capital

**em termos per capita**

$k = K/L$

$\ln k = \ln K - \ln L$

$(dk/dt)/k = (dK/dt)/K - (dL/dt)/L$  taxa de crescimento do stock de capital per capita

8

---

---

---

---

---

---

---

---

**crescimento da população activa**

$L(t) = L_0 e^{nt}$

a população activa cresce à mesma taxa da população residente

$(dL/dt)/L = n$

$(dk/dt)/k = (dK/dt)/K - (dL/dt)/L$

=  $s \cdot Y/K - n - \delta$

=  $s \cdot y/k - n - \delta$

$dk/dt = s \cdot y - (n + \delta) \cdot k$  variação do stock de capital per capita

9

---

---

---


---

---


---

---

---



UNIVERSIDADE DE LISBOA



LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

**Modelo de Solow**

$y = k^\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$       função de produção *per capita*

$dk/dt = s \cdot y - (n + \delta) \cdot k$       variação do stock de capital *per capita*

$dk/dt = s \cdot k^\alpha - (n + \delta) \cdot k$

**questão a que este modelo pretende responder:**

Admitamos que uma economia tem, num dado ano, um stock de capital por trabalhador  $k_0$ , a população cresce a taxa  $n$  e que o stock de capital se deprecia à taxa  $\delta$ . Como evolui o produto por trabalhador desta economia? Como é que esta economia se compara, no longo prazo, com outra com uma taxa de investimento diferente?

10

---

---

---

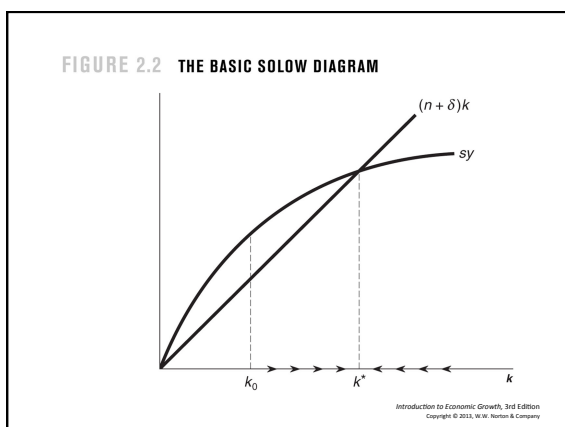
---

---

---

---

---




---

---

---


---

---


---

---

---



UNIVERSIDADE DE LISBOA



LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

**$s \cdot k^\alpha$**       valor do investimento por trabalhador

**$(n + \delta) \cdot k$**       valor do investimento por trabalhador necessário para constante o stock de capital por trabalhador

quando  $s \cdot k^\alpha > (n + \delta) \cdot k$ , a economia tende a aumentar o stock de capital por trabalhador, estando a ocorrer *capital deepening* na economia;

quando  $s \cdot k^\alpha = (n + \delta) \cdot k$ , em  $k = k^*$ , o stock de capital  $K$  continua a crescer à taxa  $n$  (igual à taxa de crescimento da população activa); o stock de capital por trabalhador tem crescimento nulo): há *capital widening* nesta economia.

**steady state: estado estacionário** (para ver melhor na próxima aula!)

12

---

---

---

---

---

---

---

---